

Versicherungsmathematik in 50 Minuten

Schnellbleiche für Unwissende

Vortrag vom 10. Dezember 2008
an der Universität Basel
Prof. Dr. Herbert Lüthy

Inhalt

1. Was ist Versicherungsmathematik ?
2. Bedeutung der Versicherung
3. Mathematik und Risiko: Eine kurze Geschichte
4. Klassische Anwendungen: 2 Beispiele
5. Schwerpunkte und Tendenzen: 4 Beispiele
6. Schlussbemerkungen

1. Was ist Versicherungsmathematik ?

- Mathematische Grundlage der Versicherung
- Actuarial Science
- Science of
 - Risk and Capital Allocation
 - Risk and Capital Management

2. Bedeutung der Versicherung

2.1 Finanzielle Absicherung gegen Risiken

- Krankheit, Unfall
- Alter
- Invalidität
- Tod
- weitere



Personen-
Versicherung

- Haftpflicht
- Sachen (Feuer, ...)
- Elementarschäden (Erdbeben, ...)
- Kredit
- weitere



Vermögens-
und Sachversicherung

- Ermöglicht:
- ruhigeren Schlaf...bis zum finanziellen Überleben
 - erhöhte Aktivitäten
 - fundiertere Entscheidungen

2. Bedeutung der Versicherung

2.2 Gesamtwirtschaft und Soziales

- **Schweizerische Privatversicherung**
 - 50'000 Mitarbeiter in der Schweiz
 - 150'000 Mitarbeiter weltweit
 - Prämien (2007, Mrd. CHF): CH: 50, Ausland: 78, **Total: 128**
- **Schweizerische Sozialversicherung**
(Einnahmen 2006 bzw. 2007, in Mrd. CHF)
 - AHV 38
 - IV 12
 - Kranken-/Unfallversicherung 28
 - Berufliche Vorsorge 54
 - ca. 140** (25-30% Volkseinkommen)
- **Pensionskassen-Vermögen : ca. 600**

3. Mathematik und Risiko: Eine kurze Geschichte

3.1 Die Wahrscheinlichkeit

J./J./N./D. Bernoulli	} 17./18. Jahrhundert
L. Euler	
C.F. Gauss	18./19. Jahrhundert

Elementare Definition: $\frac{\text{günstige Fälle}}{\text{mögliche Fälle}} = \frac{a(n)}{n}$

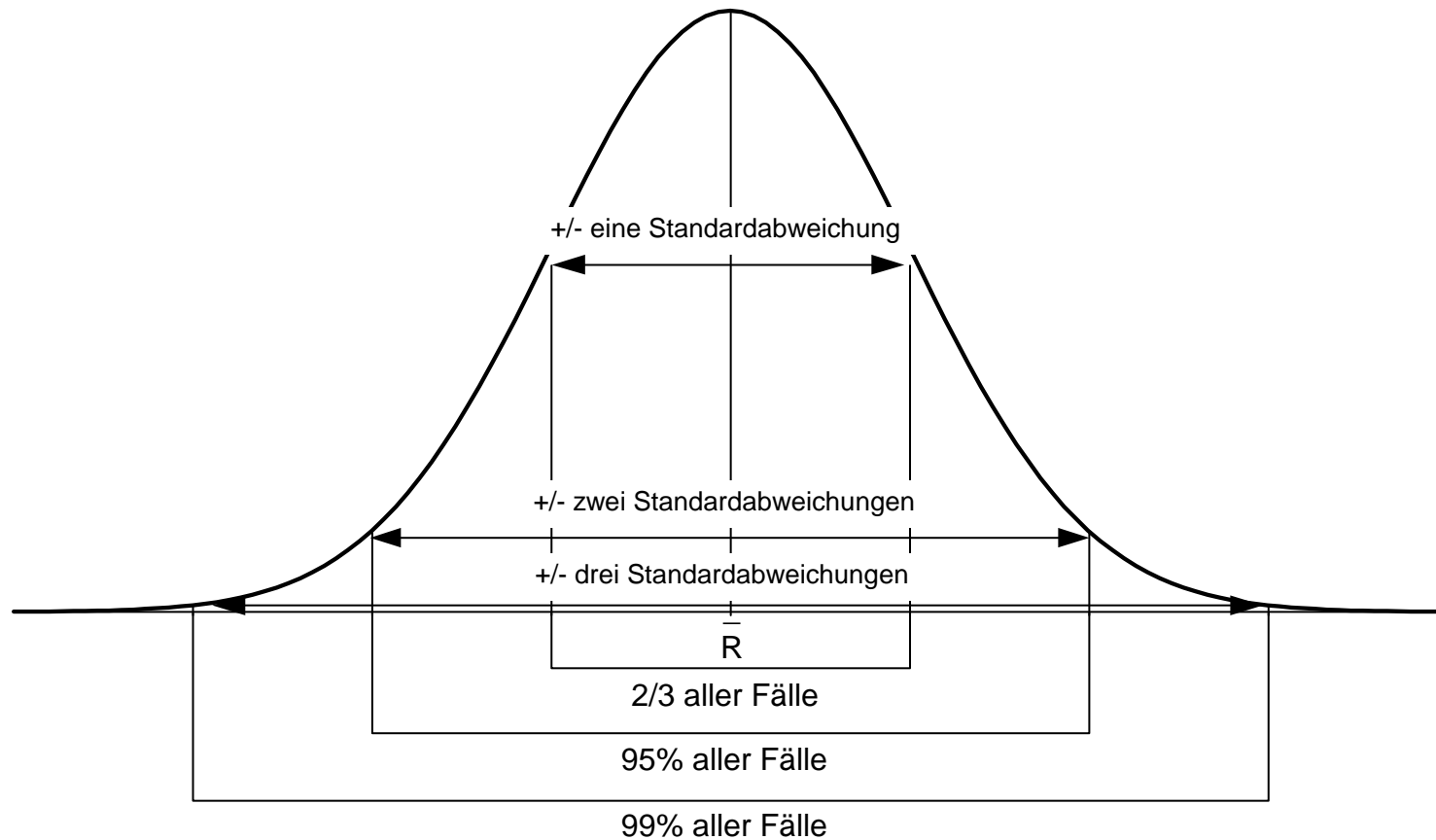
Gesetz der grossen Zahl:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{a(n)}{n} - P(A) \right| < \varepsilon \right\} = 1$$

Jakob Bernoulli
1654 - 1705

3. Mathematik und Risiko: Eine kurze Geschichte

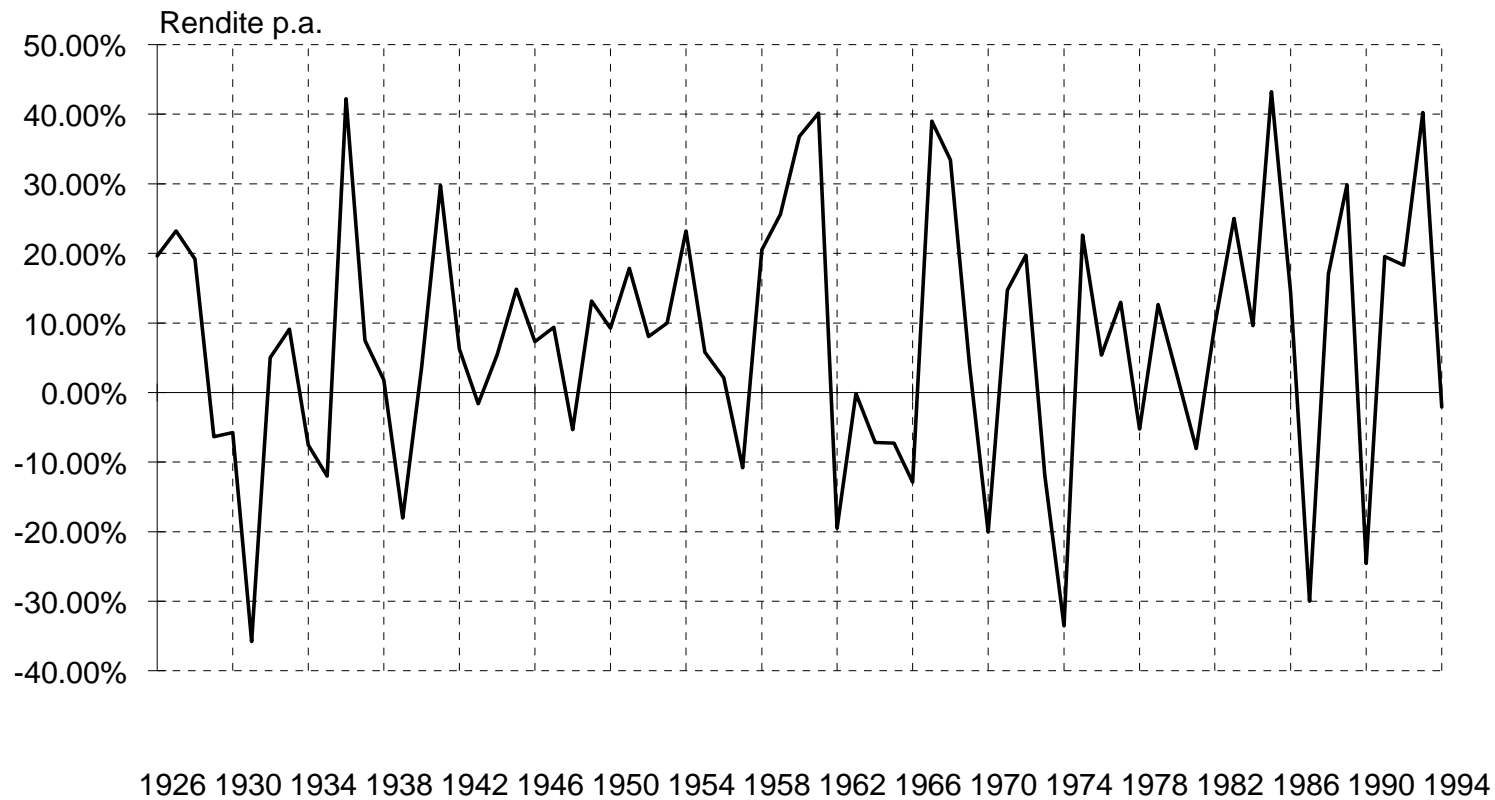
3.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung und Streuung



3. Mathematik und Risiko: Eine kurze Geschichte

3.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung und Streuung

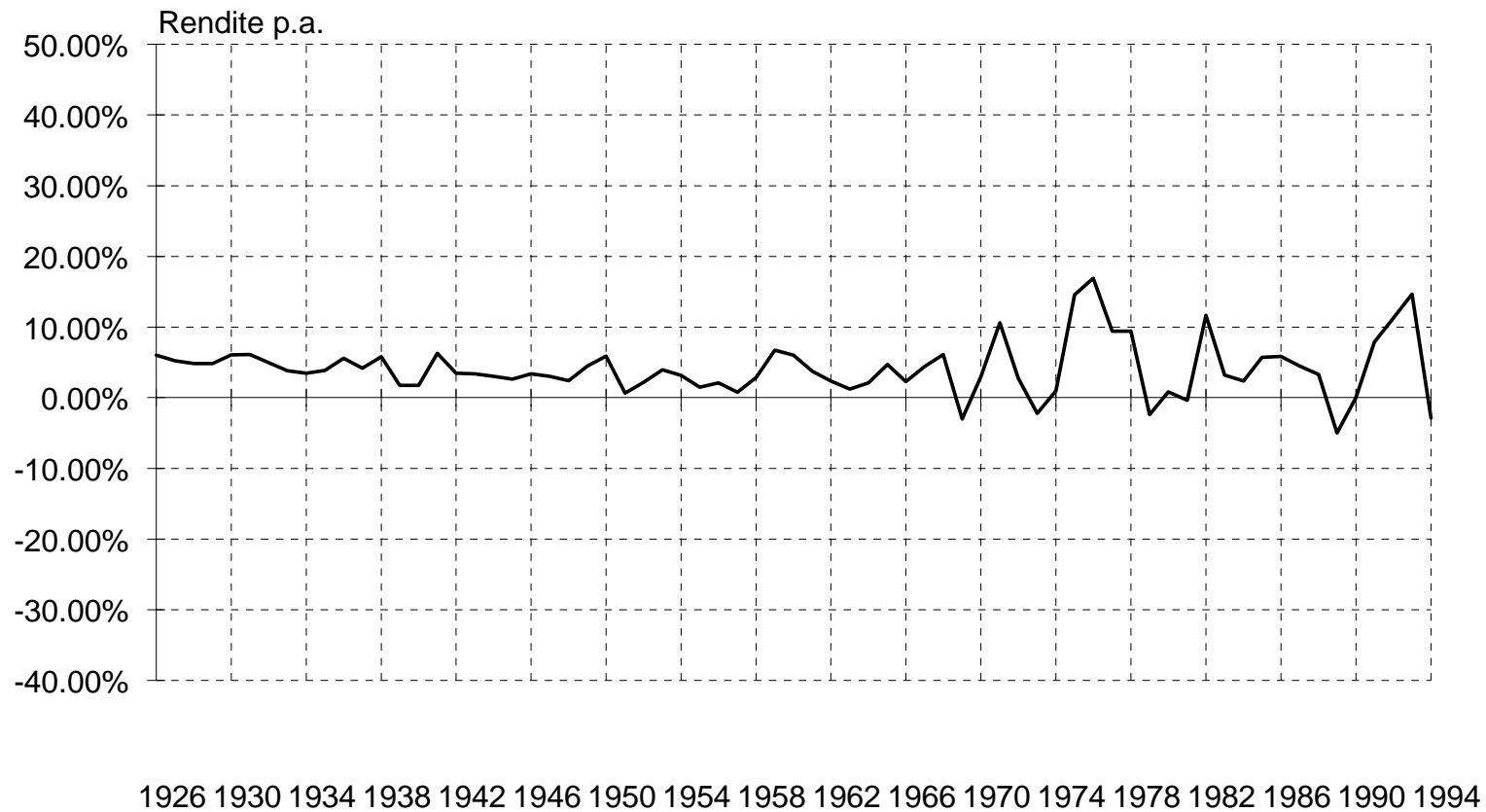
Schweizer Aktienmarkt



3. Mathematik und Risiko: Eine kurze Geschichte

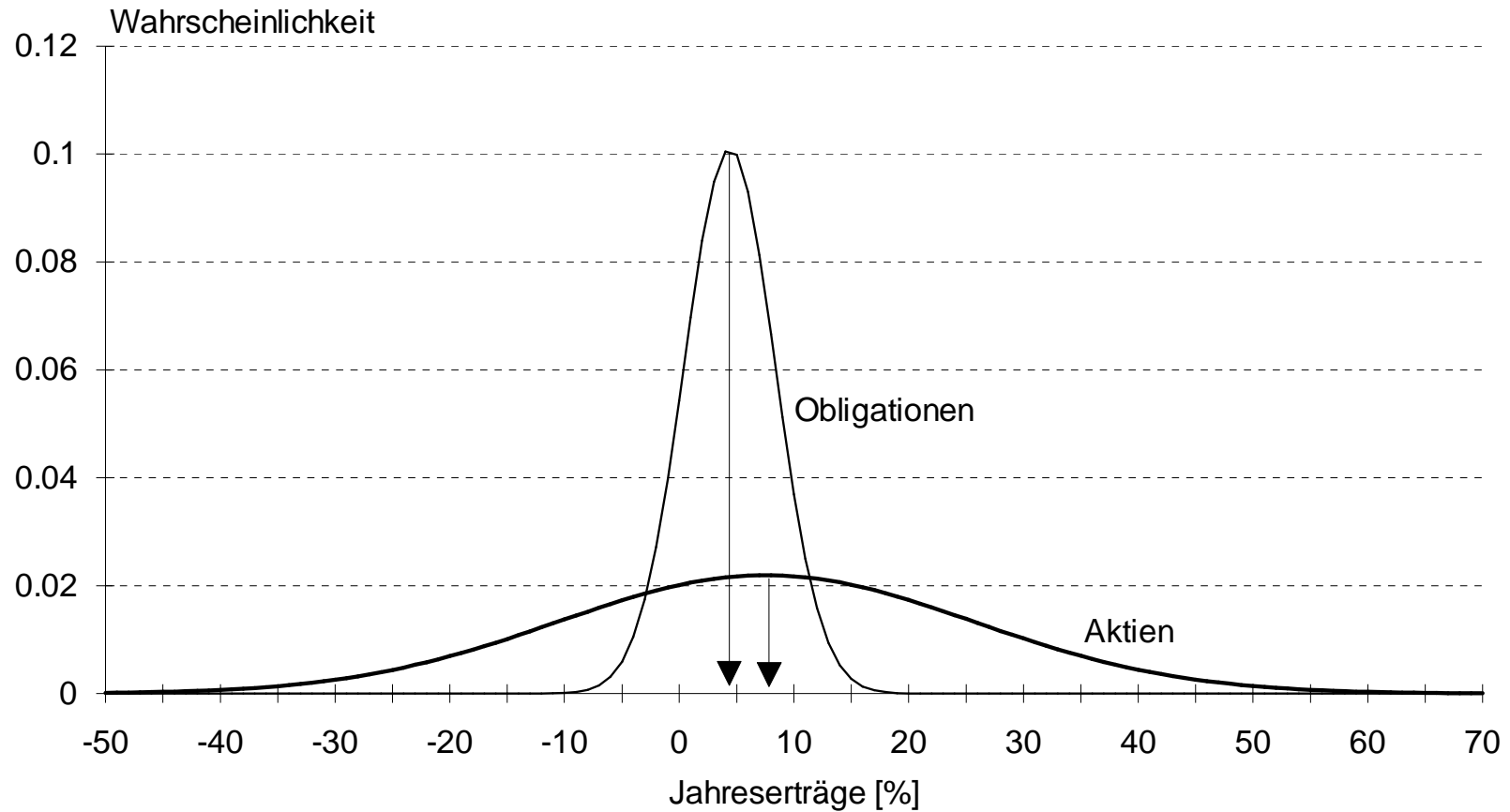
3.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung und Streuung

Schweizer Obligationenmarkt



3. Mathematik und Risiko: Eine kurze Geschichte

3.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung und Streuung



3. Mathematik und Risiko: Eine kurze Geschichte

3.3 Das Risiko (und die Chance ?)

Risiko : Mass für die mögliche
 (durchschnittliche) Abweichung
 von der Erwartung

Sehr oft, z.B. in Finanztheorie:

Risiko : $R = \sigma$ (?)

Oft auch andere Definitionen, z.B. bei Solvenz

4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

4.1 Beispiel aus der Lebens- bzw. Sozialversicherung

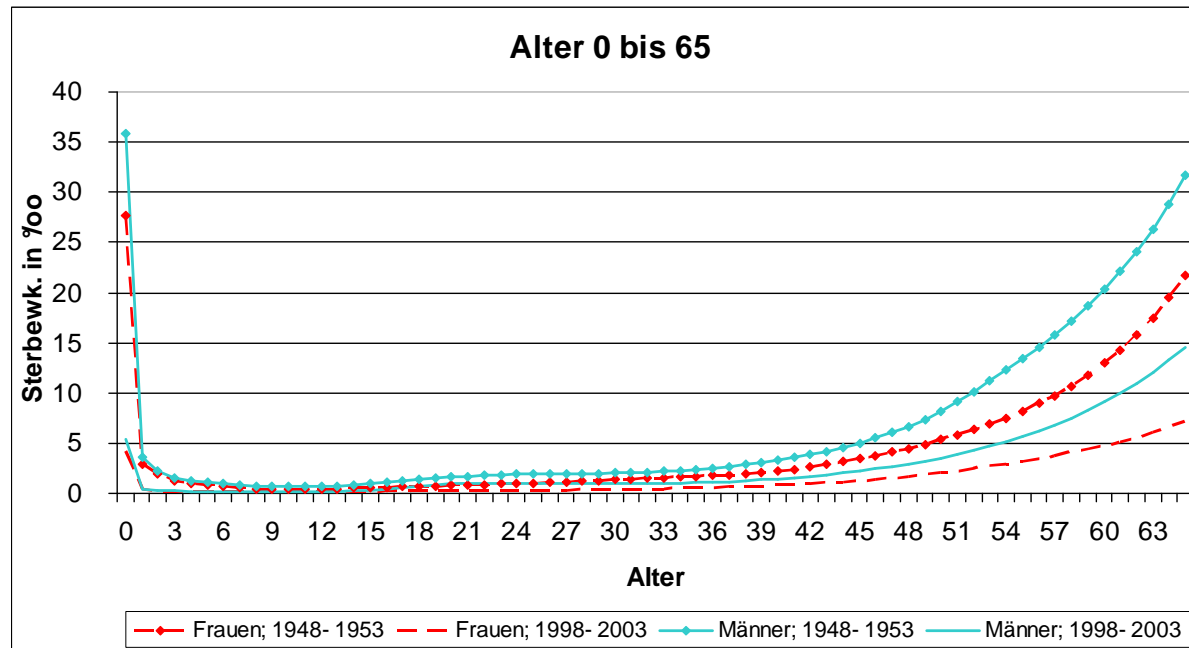
Die Versicherungsmathematik

- **erstellt demographische Grundlagen**
- **ergänzt um weitere Grundlagen**
 - Wirtschaftliche Grössen (Zins !)
 - Kosten
- **entwickelt**
 - neue Produkte
- **berechnet**
 - Prämien
 - **Rückstellungen**
 - **Schwankungsreserven**

4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

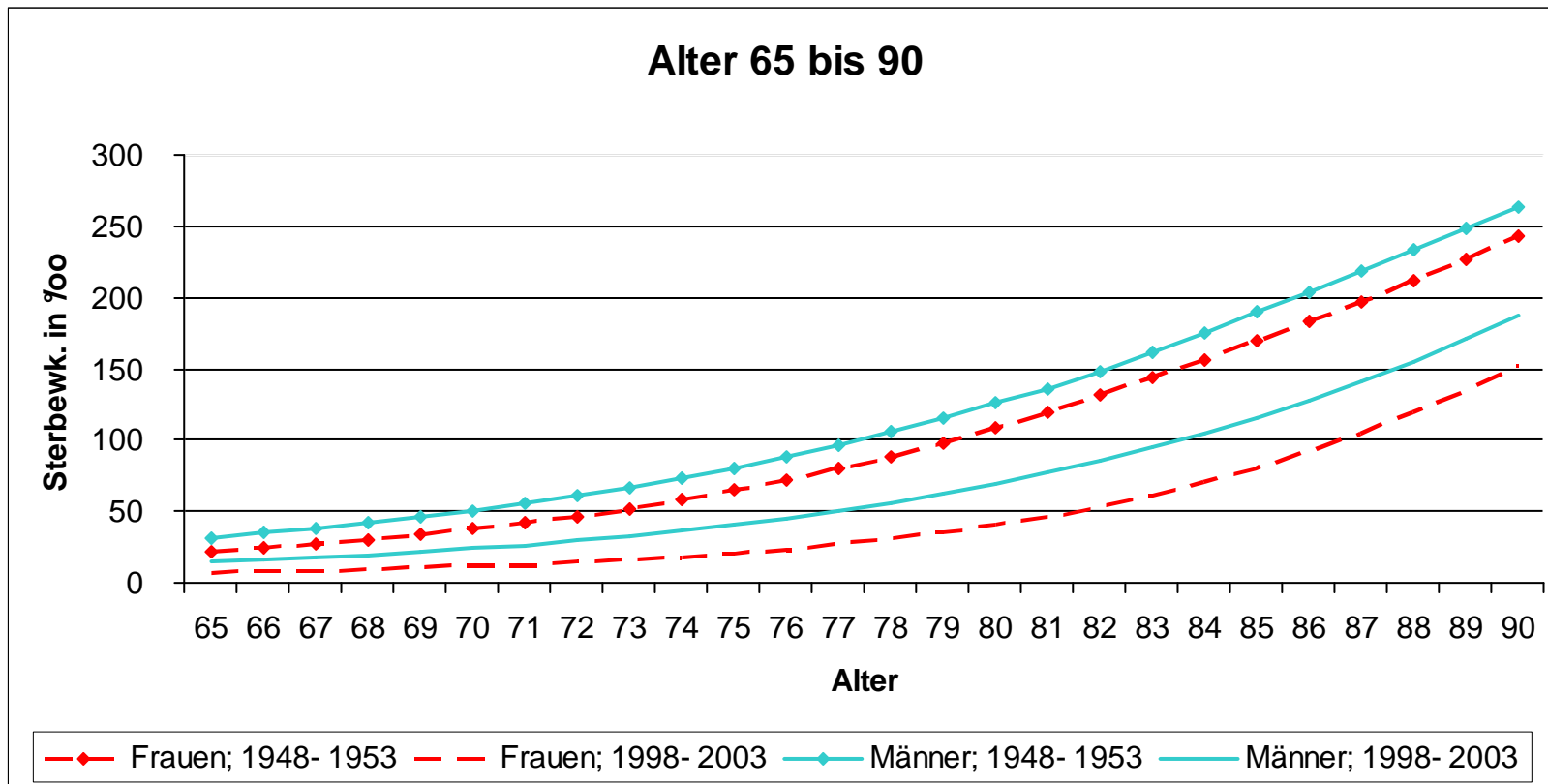
4.1 Beispiel aus der Lebens- bzw. Sozialversicherung

Sterbewahrscheinlichkeiten der Schweizer Bevölkerung; Männer und Frauen; Beobachtungsperioden 1948- 1953, und 1998 bis 2003, Alter 0 bis 90



4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

4.1 Ein Beispiel aus der Lebens- bzw. Sozialversicherung



4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

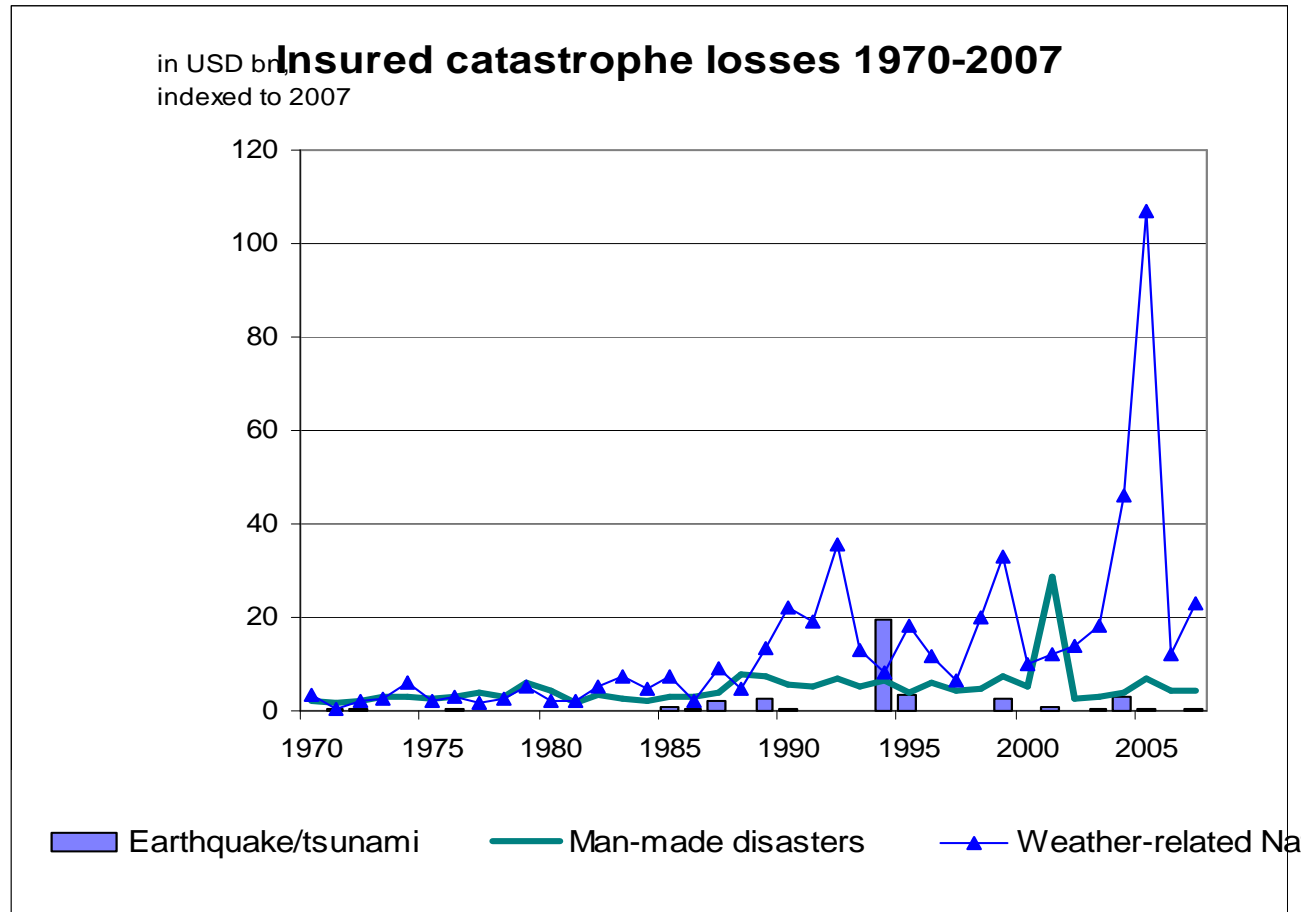
4.2 Ein Beispiel aus der Elementarschaden- bzw.
Rückversicherung: Katastrophen

Die Versicherungsmathematik

- **erstellt Katastrophen-Statistiken**
- **ergänzt um weitere Grundlagen**
 - Wirtschaftliche Grössen (Zins !)
 - Kosten
- **entwickelt**
 - neue Produkte
 - Rückversicherungs-Konzepte
- **berechnet**
 - Prämien
 - **Rückstellungen**
 - **Schwankungsreserven**

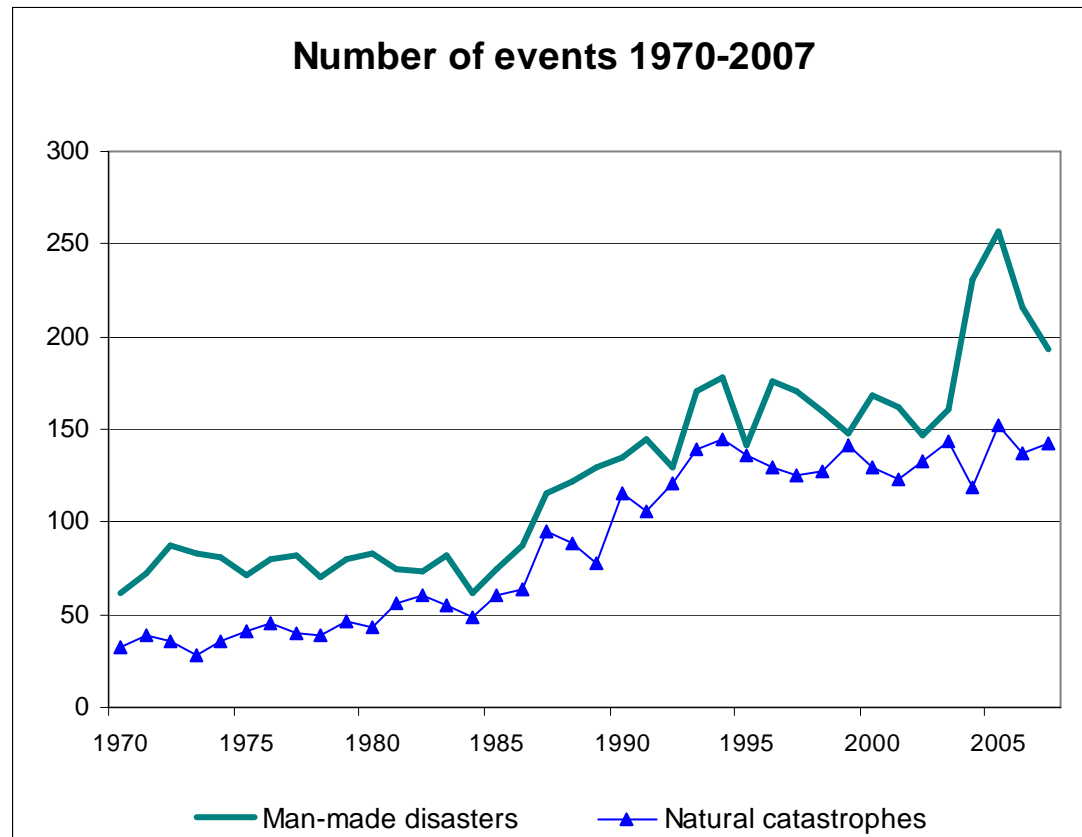
4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

4.2 Ein Beispiel aus der Elementarschaden- bzw. Rückversicherung: Katastrophen



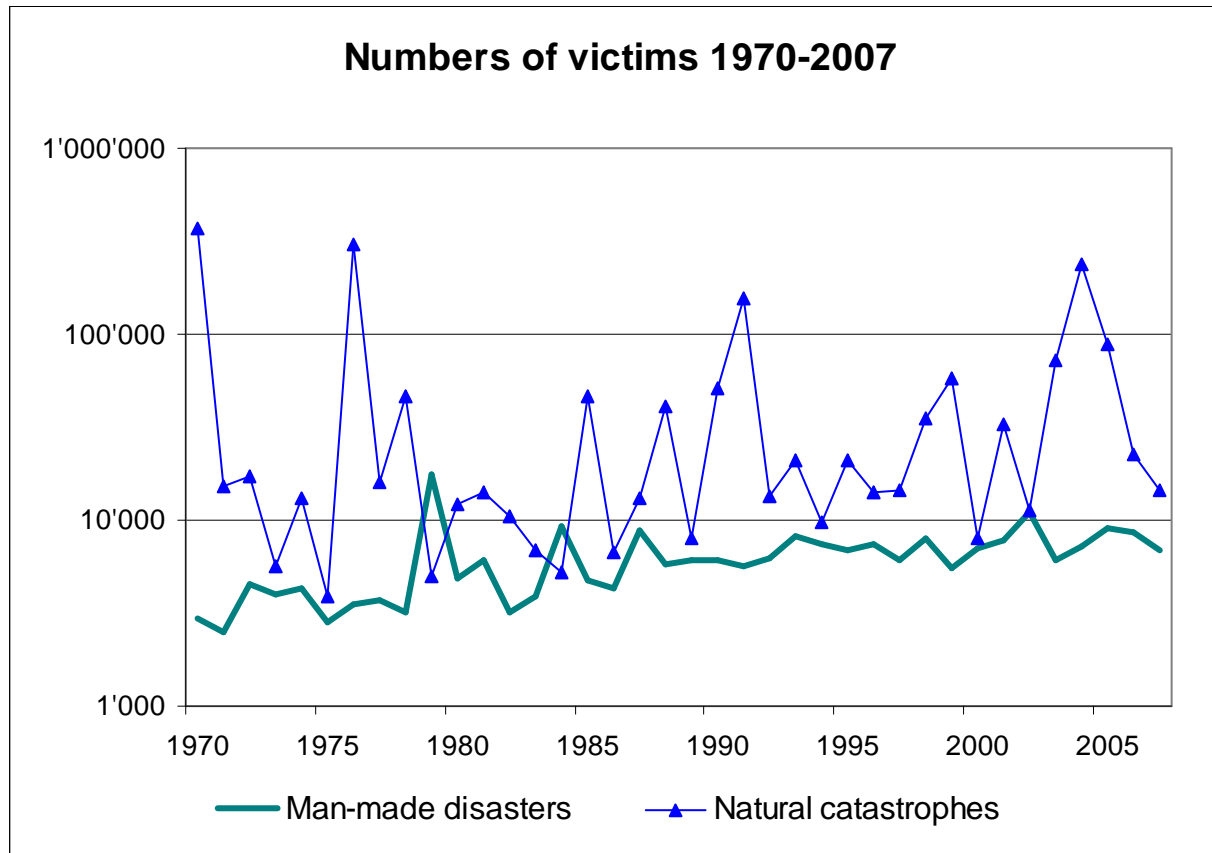
4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

4.2 Ein Beispiel aus der Elementarschaden- bzw. Rückversicherung: Katastrophen



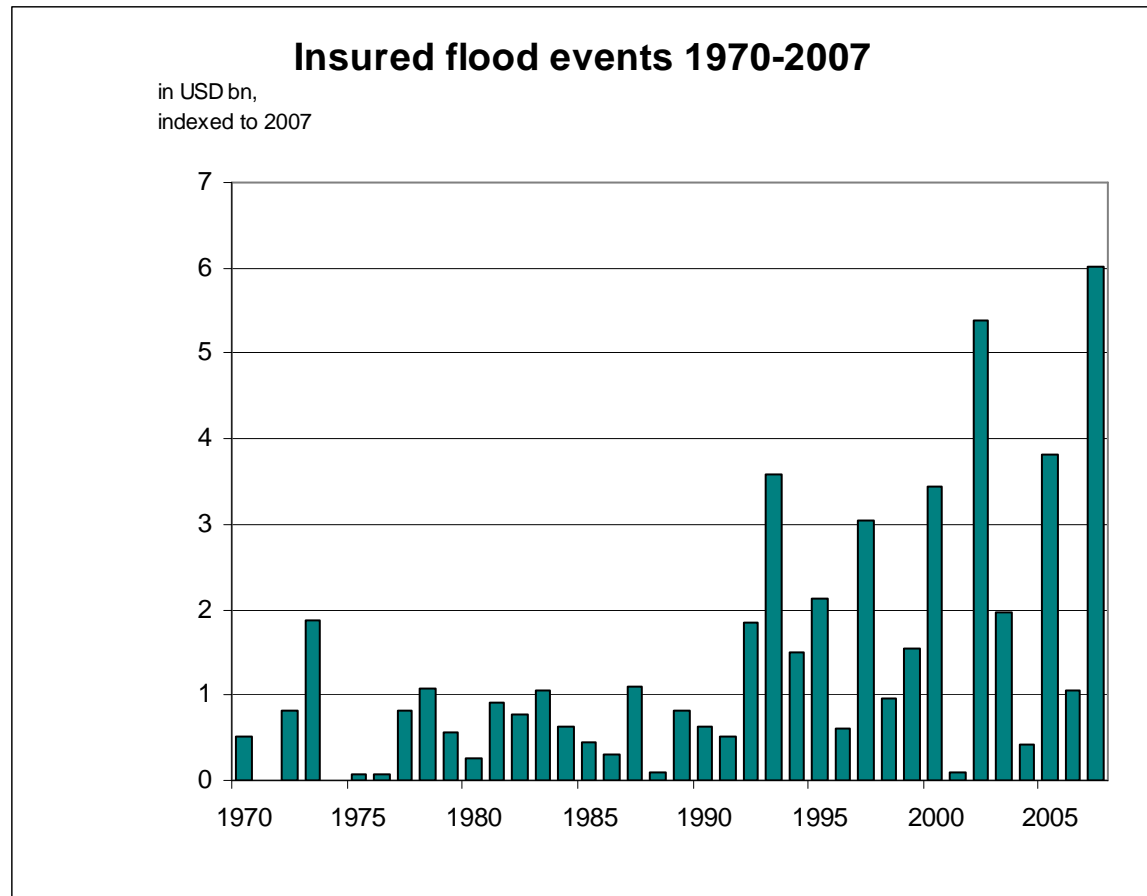
4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

4.2 Ein Beispiel aus der Elementarschaden- bzw. Rückversicherung: Katastrophen



4. Klassische Anwendungen; 2 Beispiele

4.2 Ein Beispiel aus der Elementarschaden- bzw. Rückversicherung: Katastrophen



5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.1 Beispiel 1: Sozialversicherung

Wegen der enormen wirtschaftlichen und sozialen Bedeutung bleibt Sozialversicherung ein Schwerpunkt :

- **Krankenversicherung** (geht eher in Richtung Gesundheitsoekonomie)
- **Invaliden- und Unfallversicherung** → Gesundheitsoekonomie
- **Altersvorsorge** (insbesondere genauere Modelle der Vorhersage)

5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.1 Beispiel 1: Sozialversicherung (Altersvorsorge)

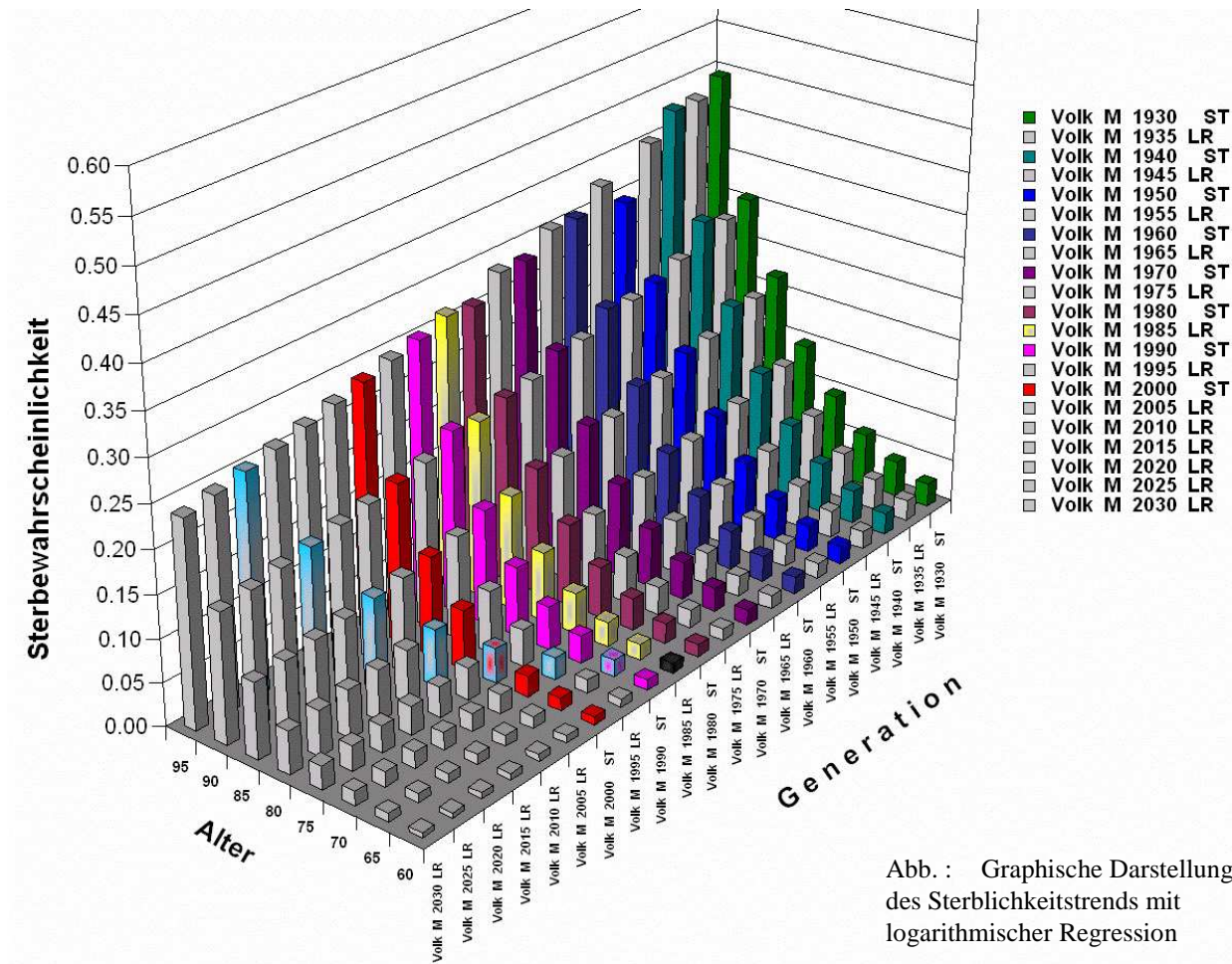
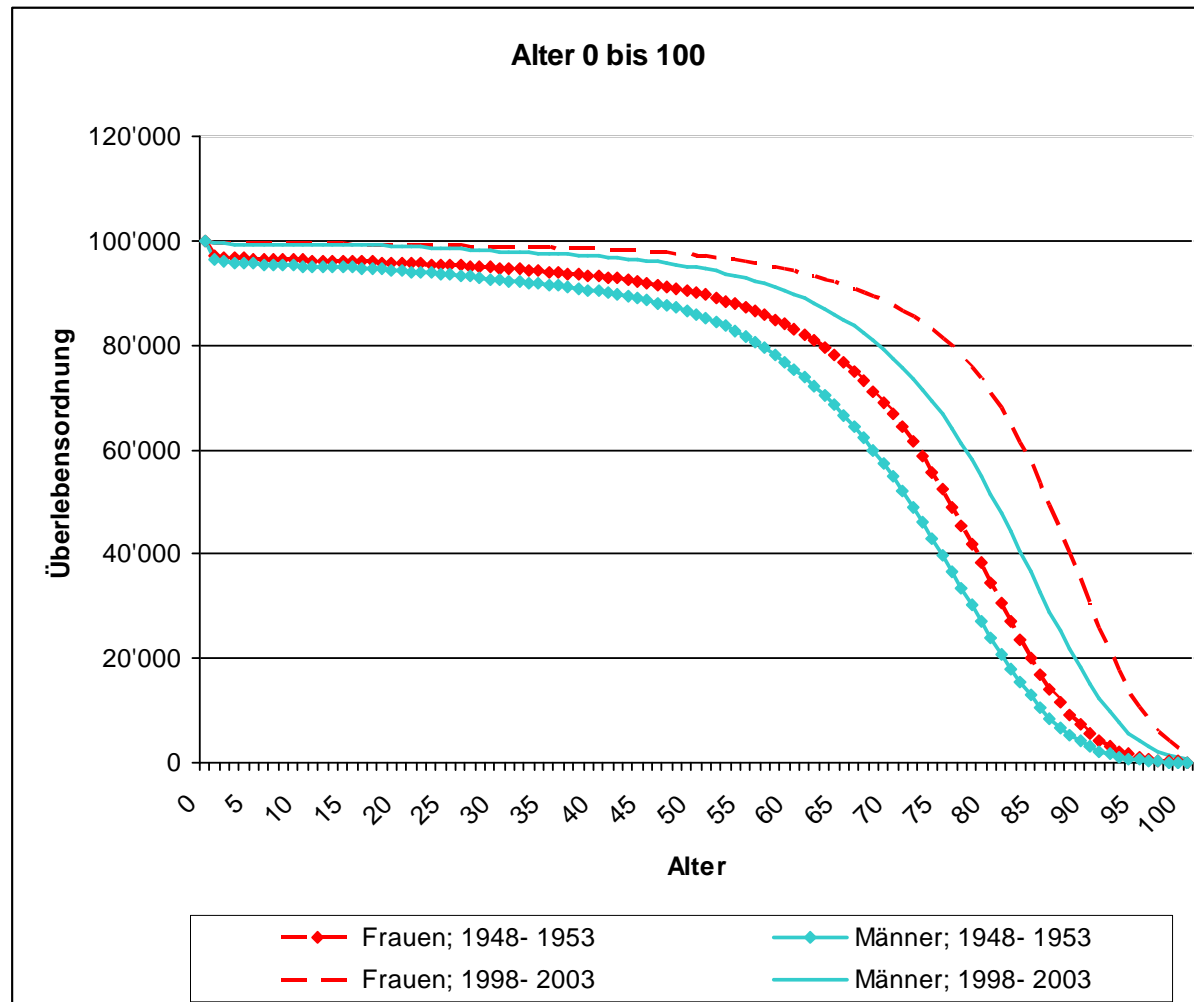


Abb. : Graphische Darstellung des Sterblichkeitstrends mit logarithmischer Regression

5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.1 Beispiel 1: Sozialversicherung (Altersvorsorge)

Überlebensordnungen



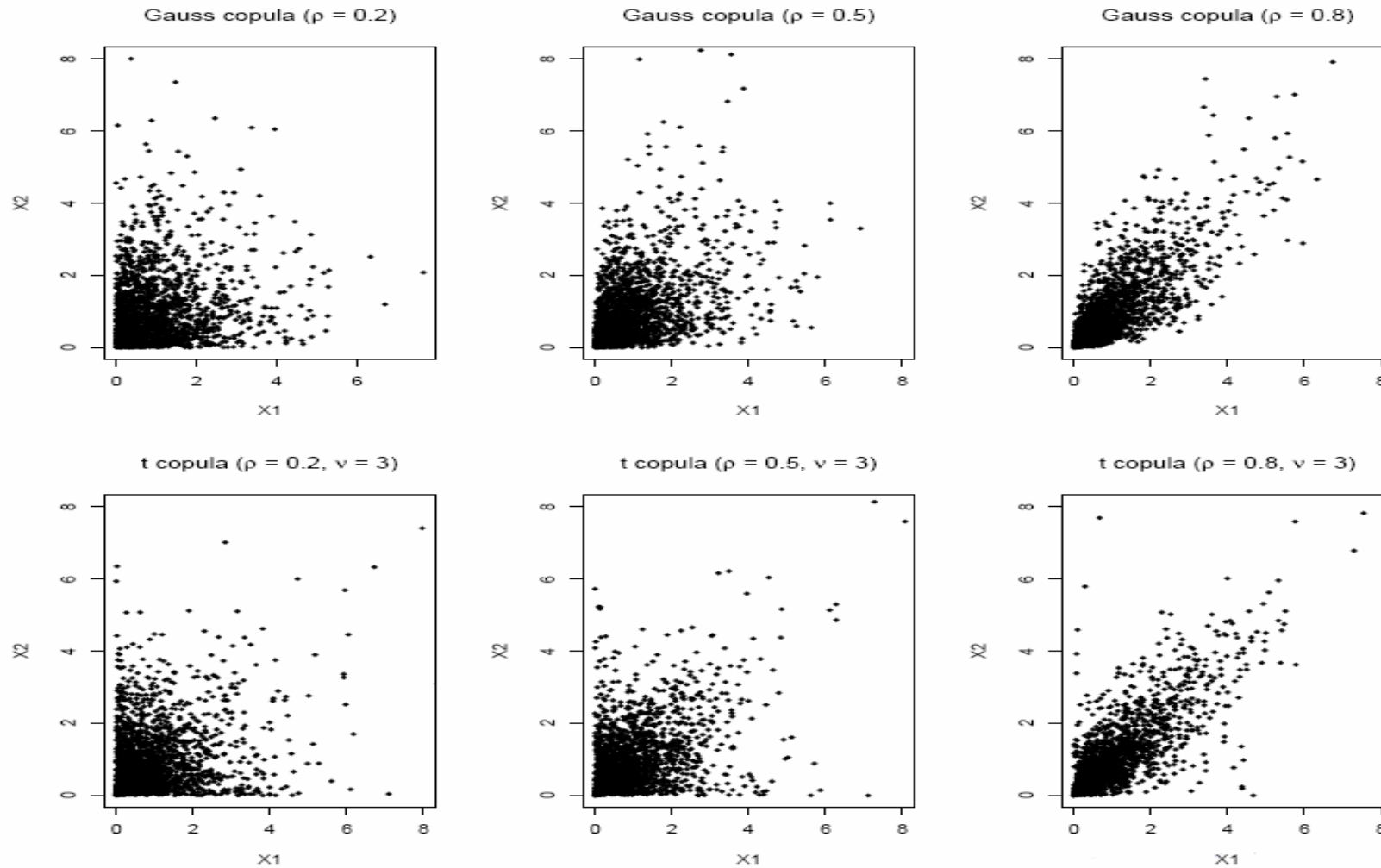
5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.2 Beispiel 2: Extremwert-Theorie (Katastrophen)

Wie können **seltene Ereignisse** mathematisch modelliert werden?

5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.2 Beispiel 2: Extremwert-Theorie (Katastrophen)



Source: Prof. Dr. Paul Embrechts, Professor of Mathematics and Director of RiskLab, EZH Zürich

www.math.ethz.ch/~embrechts

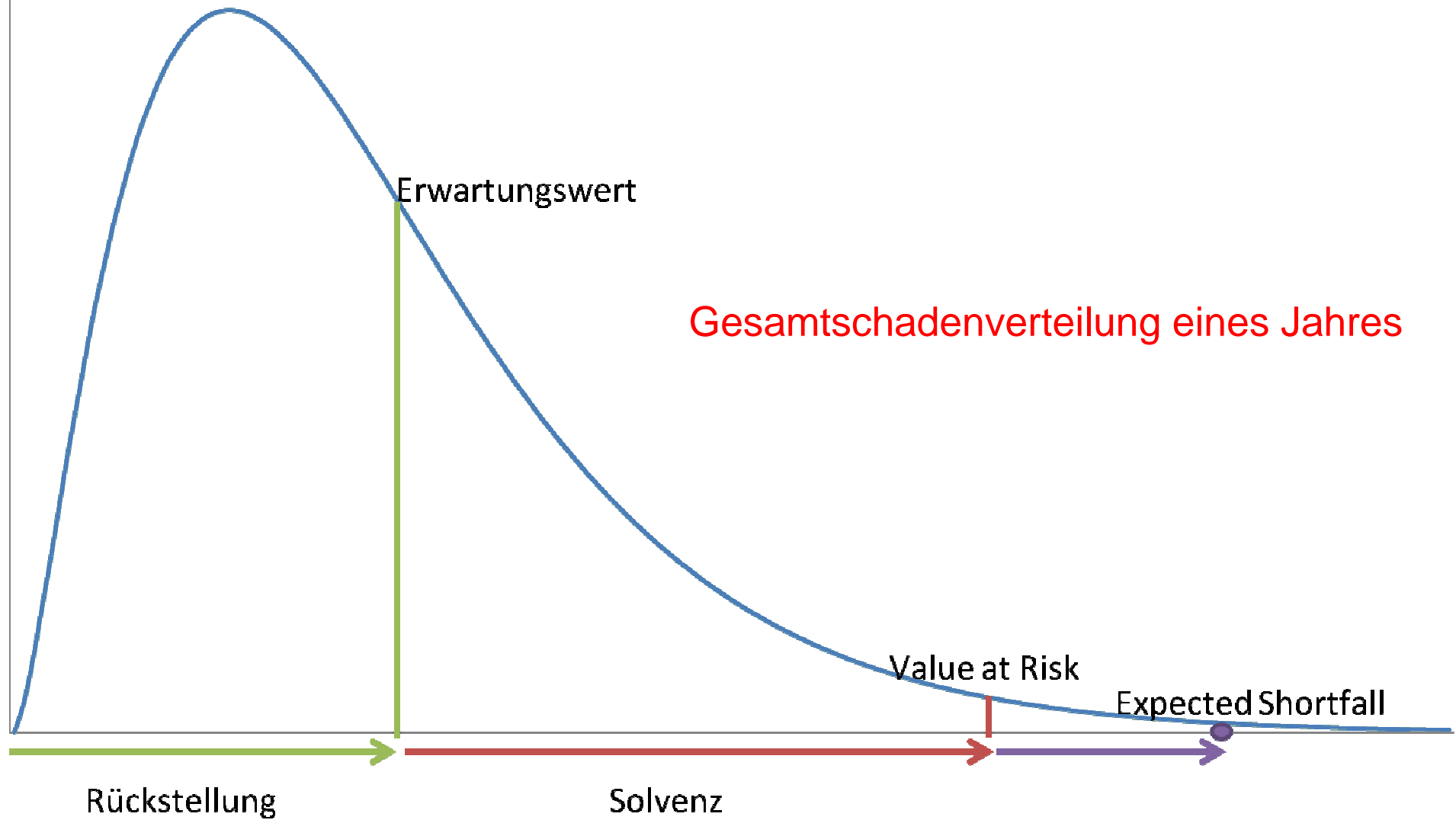
5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.3 Beispiel 3: Risk Management und Aufsicht

- **Quantitatives Risk Management**
 - Analyse der Risiken (SST, Extremwerte,...)
 - Bewusstwerdung und Transparenz
 - Kapitalallokation
- **Qualitatives Risk Management**
 - Kultur
 - Prozesse
- Verbindung von qualitativem und quantitativem Risk Management
- Systematische Risiken

5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.3 Beispiel 3: Risk Management, Aufsicht, Solvabilität



5. Schwerpunkte und Tendenzen; 4 Beispiele

5.4 Beispiel 4: Konvergenz mit Finanztheorie

- Portfolio-Optimierung (Rendite/Risiko)
- Asset/Liability Management (Rendite/Risiko)
- Derivate (Optionen, Futures, Swaps, etc)
- Systematische Risiken ? Securitisation ?

Ein Beispiel (Grundlage u.a. für Optionspreis):

$$dV_t = \mu_V \cdot V_t \cdot dt + \sigma_V \cdot V_t \cdot dW_t \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Merton/} \\ \text{Black/} \\ \text{Scholes} \end{array} \right.$$

$W_t =$ Brown'sche Bewegung

Stimmt das ?

6. Schlussbemerkungen

Versicherungsmathematik:

- Spannende und hochgradig **interdisziplinäre** Wissenschaft, an der Nahtstelle Wirtschaft / Soziales / Naturwissenschaft
- **Politisch und wirtschaftlich relevante** Disziplin (Sachlichkeit, Gerechtigkeit, u.a auch Generationengerechtigkeit)
- Wissenschaftliche Grundlage zur Verbesserung **wirtschaftlicher und sozialer Sicherheit**
- Sehr **lebendige** und **innovative** Wissenschaft (Extremwerttheorie, Finanztheorie, u.a.m)